Cómputo de las Derivadas

Para aproximar el cómputo de las derivadas Ix, Iy, It, podemos basarnos en diferencias entre pixels.

$$\frac{\Delta I}{\Delta x} = I_x \approx I(x,y,t) - I(x-1,y,t)$$
$$\frac{\Delta I}{\Delta y} = I_y \approx I(x,y,t) - I(x,y-1,t)$$
$$\frac{\Delta I}{\Delta t} = I_t \approx I(x,y,t) - I(x,y,t-1)$$

Las que en general no resultan ser la mejor opción

Similarmente a otros algoritmos es conveniente un suavizado previo.

Barron et al. (1994) sugieren un Gausiano espacio-temporal G(x,y,t,σ), con σ = 0.5

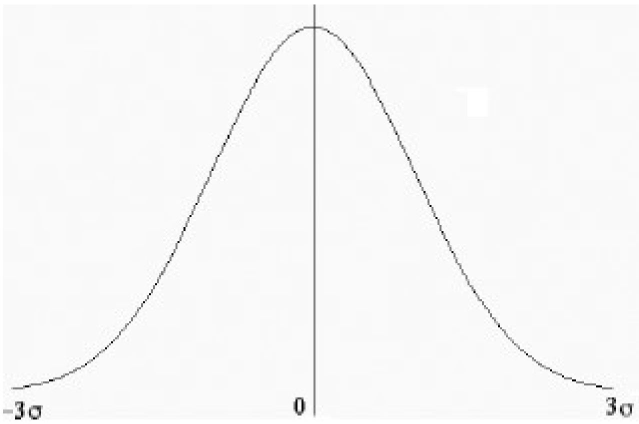
Podemos usar la función:

$$G(x,y,t,\sigma,\tau) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3\sigma^4\tau^2}} e^{\frac{-(x^2+y^2)}{2\sigma^2} \frac{-t^2}{2\tau^2}}$$

En la aplicación, se asumen identicas escalas para t y σ, resultando t= σ.

El suavizado es obtenido del modo usual por convolución.

Para producir una imagen suavizada, se emplean a menudo [6 σ+1] imágenes, con lo que el 99.96 del area bajo la gausiana queda dentro de esos limites.



Para σ=1.5, tenemos [6 σ+1] = 10. Tomamos 11 para que la gausiana quede centrada temporalmente.

Una vez realizado el suavizado, podemos calcular las derivadas aproximadas.

Es posible usar diferencias centradas de dos puntos:

$$I_x \approx \frac{I(x+1,y,t) - I(x-1,y,t)}{2}$$

$$I_y \approx \frac{I(x,y+1,t) - I(x,y-1,t)}{2}$$

$$It \approx \frac{I(x,y,t+1) - I(x,y,t-1)}{2}$$

Podemos aplicarla mediante una máscara de convolucion
[-1/2, 0, 1/2] en las tres direcciones x,y,t

Mejor aun resulta usar diferencias centradas de cuatro puntos.

Para esto aplicamos la máscara 1/12[1, -8, 0, 8, -1]

El coeficiente 12 se obtiene partiendo de considerar la expansión de Taylor de 2do grado, para los cuatro vecinos f(x-2h), f(x-h), f(x+h),f(x+2h), donde h es el incremento para un píxel de distancia (usamos h=1).

De aquí obtenemos:

$$f(x-2h)=f(x)-2h\,f'(x)+\frac{4h^2}{2}f''(x)+\ldots$$

$$f(x-h)=f(x)-h\,f'(x)+\frac{h^2}{2}f''(x)-\ldots$$

$$f(x+h)=f(x)+h\,f'(x)+\frac{h^2}{2}f''(x)+\ldots$$

$$f(x+2h)=f(x)+2h\,f'(x)+\frac{4h^2}{2}f''(x)+\ldots$$

Sustituyendo en las diferencias centradas de 4 vecinos:

$$-1\,f(x-2h)+8\,f(x-h)-8\,f(x+h)+1\,f(x+2h)]$$

$$+1[f(x)-2\ h\,f'(x)+\frac{4h^2}{2}f''(x)]$$

$$-8\,[f(x)+h\,f'(x)+\frac{h^2}{2}f''(x)]$$

$$+8\,[f(x)+h\,f'(x)+\frac{h^2}{2}f''(x)]$$

$$-1[f(x)+2\ \ h\,f'(x)+\frac{4h^2}{2}f''(x)]$$

$$=f(x)[1-8+8-1]\ +\ h\,f'(x)[-2+8+8-2]\ +\ h^2 f''(x)[2-4+4-2]$$

$$=12\,h^2\,f'(x)$$

Notar que para aplicar la mascara [1,-8, 0, 8,-1] necesitamos 5 imágenes previamente suavizadas por Gauss.

Por lo tanto precisaremos 15 imágenes originales.

Ponderación de vecinos

Se puede emplear la matriz de ponderación **W**, para aumentar la influencia de los pixels mas próximos.

W puede definirse a traves de una matriz gausiana tambien.

La vecindad Ω de trabajo podemos definirla como de 5x5 pixels.

En la web pueden encontrarse ya definidos valores para mascaras gaussianas de determinado σ recomendado. (Obviamente podriamos obtenerla)

Para 1D por ejemplo:

$$(0.0625, 0.25, 0.375, 0.25, 0.0625)$$

Para 2D (en nuestro caso W):

0.00390625	0.01562500	0.02343750	0.01562500	0.00390625
0.01562500	0.06250000	0.09375000	0.06250000	0.01562500
0.02343750	0.09375000	0.14062500	0.09375000	0.02343750
0.01562500	0.06250000	0.09375000	0.06250000	0.01562500
0.00390625	0.01562500	0.02343750	0.01562500	0.00390625

La suma es 1.

Otras máscaras pasa-bajo y pasa-alto

Pasabajo

0.035698, 0.248875, 0.430856, 0.248875, 9.035698.

Pasaalto

-0.107663, -0.282671, 0.0, 0.282671, 0.107663.

Pasabajo

0.001028 0.007597 0.035994 0.109340 0.212965 0.265962 0.212965

Suposiciones.

1. Cambios de iluminación solo debidos al movimiento.
2. Objetos rigidos
3. No hay oclusion