Guillermo Steiner

Centro de Investigación en Informática para la Ingeniería Universidad Tecnológica Nacional, F.R.C.

> http://ciii.frc.utn.edu.ar Córdoba, Argentina





Noviembre 2013

Procedimiento para detectar partes interesantes de una imagen

Bordes

Puntos que están en la frontera entre dos regiones, se definen generalmente como puntos con gran gradiente.

Esquina o Puntos de interés

Puntos de la imagen con estructura de dos dimensiones basados en principio por un simple detector de borde y luego en la curvatura del gradiente.

Blobs

Regiones estables de la imagen.

(日)

Procedimiento para detectar partes interesantes de una imagen

Bordes

Puntos que están en la frontera entre dos regiones, se definen generalmente como puntos con gran gradiente.

Esquina o Puntos de interés

Puntos de la imagen con estructura de dos dimensiones basados en principio por un simple detector de borde y luego en la curvatura del gradiente.

Blobs

Regiones estables de la imagen.

◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ◆□>

Procedimiento para detectar partes interesantes de una imagen

Bordes

Puntos que están en la frontera entre dos regiones, se definen generalmente como puntos con gran gradiente.

Esquina o Puntos de interés

Puntos de la imagen con estructura de dos dimensiones basados en principio por un simple detector de borde y luego en la curvatura del gradiente.

Blobs

Regiones estables de la imagen.

Procedimiento para detectar partes interesantes de una imagen

Bordes

Puntos que están en la frontera entre dos regiones, se definen generalmente como puntos con gran gradiente.

Esquina o Puntos de interés

Puntos de la imagen con estructura de dos dimensiones basados en principio por un simple detector de borde y luego en la curvatura del gradiente.

Blobs

Regiones estables de la imagen.

Se basa en identificar puntos en una imagen cuyo brillo cambia abruptamente (discontinuidad en el brillo) Captura Eventos o cambios en las propiedades de un imagen como ser:

- Cambios de material o textura.

◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ◆□>

Se basa en identificar puntos en una imagen cuyo brillo cambia abruptamente (discontinuidad en el brillo)

Captura Eventos o cambios en las propiedades de un imagen como ser:

- Discontinuidades en la profundidad de un objeto.
- Cambios de orientación de sus superficies.
- Cambios de material o textura.

Se basa en identificar puntos en una imagen cuvo brillo cambia abruptamente (discontinuidad en el brillo)

Captura Eventos o cambios en las propiedades de un imagen como ser:

- Discontinuidades en la profundidad de un objeto.
- Cambios de orientación de sus superficies.
- Cambios de material o textura.

La existencia de un borde implica la fluctuación en el brillo, esta situación introduce el concepto de derivada (primera y segunda).

Qué se busca:

- Baja respuesta a regiones uniformes.
- Isotrópico, independiente a la orientación del borde.
- Baja detección de falsos positivos.
- Baja pérdida de bordes.
- Buena detección.
- Respuesta única.

・ロッ ・ 一 ・ ・ ・ ・

- Detectores de Primera Derivada.
 - Diferencias
 - Roberts
 - Prewitt
 - Sobel
- Detectores de Segunda Derivada.
 - Laplaciano de Gaussiano

<ロ> (日) (日) (日) (日) (日)

- Detectores de Primera Derivada.
 - Diferencias
 - Roberts
 - Prewitt
 - Sobel
- Detectores de Segunda Derivada.
 - Laplaciano de Gaussiano

(日) (四) (三) (三)

Detectores de Primera Derivada

$$\begin{split} G[f(x,y)] &= \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} f(x,y) \\ \frac{\partial}{\partial y} f(x,y) \end{bmatrix} \\ & \|G\|_{L2} = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \end{split}$$

$$\|G\|_{L1} = G_x + G_y$$
$$angG = \tan^{-1}\left(\frac{G_y}{G_x}\right)$$

Discretizado

$$G_x = f(x+1, y) - f(x, y)$$
$$G_y = f(x, y+1) - f(x, y)$$

< □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

Detectores de Primera Derivada



Máscara para cálculo de 1era Derivada a)Diferencias b)Roberts c)Prewitt.

イロン 不同 とくほう イロン

Detección de Borde

I' = D(I)



・ロト ・回ト ・目ト ・

Detección de Borde con Ruido

I'=D(I)



$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\prod}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$



Figura: Función gaussiana de media 0 y $\sigma = 1$

・ロト ・日・ ・ ヨ・

Convolución entre un kernel Gaussiano y la imagen

$$I' = D(F * I)$$



(日)

Resultado



Derivar primero la gaussiana

$$F' = D(F)$$



Resultado

$$I' = D(F) * I$$



Filtro de Sobel



Figura: a) Sobel b)Scharr

<ロ> <問> <問> < 回> < 回>

Detector de segunda derivada - Laplaciano de Gaussiano

$$I'' = \triangle I = \nabla^2 I = \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2}$$



< 17 ▶

Convolución entre un kernel Gaussiano y la imagen

$$I'' = \triangle(F * I)$$



< □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

Resultado



Derivar dos veces primero la gaussiana

$$F'' = \triangle(F)$$



(日)

Resultado de aplicar el Laplaciano del Gaussiano a la imagen

 $I'' = \triangle(F) * I$



(日)

Aproximaciones de Laplacianas de gaussiana



・ロッ ・ 一 ・ ・ ・ ・

Basado en un método simple de detección de borde de primera derivada incorpora mejoras para disminuir el tamaño de los bordes y evitar cortes.

- Calcula las derivadas parciales por Sobel, Prewitt u otro método y luego
- Implementa un método de adelgazamiento del borde por el método de

Basado en un método simple de detección de borde de primera derivada incorpora mejoras para disminuir el tamaño de los bordes y evitar cortes.

- Calcula las derivadas parciales por Sobel, Prewitt u otro método y luego computa el módulo y ángulo del gradiente.
- Implementa un método de adelgazamiento del borde por el método de

Basado en un método simple de detección de borde de primera derivada incorpora mejoras para disminuir el tamaño de los bordes y evitar cortes.

- Calcula las derivadas parciales por Sobel, Prewitt u otro método y luego computa el módulo y ángulo del gradiente.
- Implementa un método de adelgazamiento del borde por el método de supresión no máxima.



Basado en un método simple de detección de borde de primera derivada incorpora mejoras para disminuir el tamaño de los bordes y evitar cortes.

- Calcula las derivadas parciales por Sobel, Prewitt u otro método y luego computa el módulo y ángulo del gradiente.
- Implementa un método de adelgazamiento del borde por el método de supresión no máxima.
- Detecta puntos por medio de un umbral con histéresis.





Detectores de Puntos de Interés / Esquinas

- Detector de Moravec.
- Harris & Stephens / Plessey / Shi-Tomasi.
- Detector de Trajkovic.
- Detector FAST (Features from Accelerated Segment Test).

Detector de Moravec

Punto de interés - regiones en la imágenes que pueden ser localizadas nuevamente en imágenes sucesivas Auto Correlación

$$c(x, y, \Delta x, \Delta y) = \sum_{i=0}^{n} [I(x + a_i, y + b_i) - I(x + a_i + \Delta x, y + b_i + \Delta y)]^2$$

- Desventaja
 - No es isotrópico
- Modificaciones
 - Ventana circular.
 - Suma Ponderada

	p'_0	p'_1	p'_2
p_0	$\begin{array}{c} p_3'\\ p_1 \end{array}$	$\begin{array}{c} p_4' \\ p_2 \end{array}$	p'_5
p_3	p_6' p_4	p_7' p_5	p'_8
p_6	p_7	p_8	

Detector de Moravec

Punto de interés - regiones en la imágenes que pueden ser localizadas nuevamente en imágenes sucesivas Auto Correlación

$$c(x, y, \triangle x, \triangle y) = \sum_{i=0}^{n} [I(x + a_i, y + b_i) - I(x + a_i + \triangle x, y + b_i + \triangle y)]^2$$

- Desventaja
 - No es isotrópico.
- Modificaciones
 - Ventana circular
 - Suma Ponderada

	p'_0	p'_1	p'_2
p_0	p_3' p_1	$\begin{array}{c} p_4'\\ p_2 \end{array}$	p'_5
p_3	p_6' p_4	p_7' p_5	p'_8
p_6	p_7	p_8	

Detector de Moravec

Punto de interés - regiones en la imágenes que pueden ser localizadas nuevamente en imágenes sucesivas Auto Correlación

$$c(x, y, \triangle x, \triangle y) = \sum_{i=0}^{n} [I(x + a_i, y + b_i) - I(x + a_i + \triangle x, y + b_i + \triangle y)]^2$$

- Desventaja
 - No es isotrópico.
- Modificaciones
 - Ventana circular.
 - Suma Ponderada.

	p'_0	p'_1	p'_2
p_0	p_3' p_1	$\begin{array}{c} p_4'\\ p_2 \end{array}$	p'_5
p_3	p_6' p_4	p_7' p_5	p'_8
p_6	p_7	p_8	

Elimina el problema de discretización de direcciones

$$c(x,y) = \sum_{i=0}^{n} w_i [I(x_i, y_i) - I(x_i + \Delta x, y_i + \Delta y)]^2$$

Aplicamos Taylor al píxel desplazado

$$I(x_i + \Delta x, y_i + \Delta y) \approx I(x_i, y_i) + \begin{bmatrix} I_x(x_i, y_i) & I_y(x_i, y_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} + \varphi^2()$$

Reemplazamos

$$c(x,y) = \sum_{i=0}^{n} w_i \left[I(x_i, y_i) - \left(I(x_i, y_i) + \begin{bmatrix} I_x(x_i, y_i) & I_y(x_i, y_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \right) \right]^2$$

$$=\sum_{i=0}^{n} w_{i} \begin{bmatrix} [\Delta x \quad \Delta y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (I_{x}(x_{i}, y_{i}))^{2} & I_{x}(x_{i}, y_{i})I_{y}(x_{i}, y_{i}) \\ I_{x}(x_{i}, y_{i})I_{y}(x_{i}, y_{i}) & (I_{y}(x_{i}, y_{i}))^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Elimina el problema de discretización de direcciones

$$c(x,y) = \sum_{i=0}^{n} w_i [I(x_i, y_i) - I(x_i + \Delta x, y_i + \Delta y)]^2$$

Aplicamos Taylor al píxel desplazado

$$I(x_i + \Delta x, y_i + \Delta y) \approx I(x_i, y_i) + \begin{bmatrix} I_x(x_i, y_i) & I_y(x_i, y_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} + \varphi^2()$$

Reemplazamos

$$c(x,y) = \sum_{i=0}^{n} w_i \left[I(x_i, y_i) - \left(I(x_i, y_i) + \begin{bmatrix} I_x(x_i, y_i) & I_y(x_i, y_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \right) \right]^2$$

$$=\sum_{i=0}^{n} w_{i} \begin{bmatrix} [\Delta x \quad \Delta y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (I_{x}(x_{i}, y_{i}))^{2} & I_{x}(x_{i}, y_{i})I_{y}(x_{i}, y_{i}) \\ I_{x}(x_{i}, y_{i})I_{y}(x_{i}, y_{i}) & (I_{y}(x_{i}, y_{i}))^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Elimina el problema de discretización de direcciones

$$c(x,y) = \sum_{i=0}^{n} w_i [I(x_i, y_i) - I(x_i + \Delta x, y_i + \Delta y)]^2$$

Aplicamos Taylor al píxel desplazado

$$I(x_i + \Delta x, y_i + \Delta y) \approx I(x_i, y_i) + \begin{bmatrix} I_x(x_i, y_i) & I_y(x_i, y_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} + \varphi^2()$$

Reemplazamos

$$c(x,y) = \sum_{i=0}^{n} w_i \left[I(x_i, y_i) - \left(I(x_i, y_i) + \begin{bmatrix} I_x(x_i, y_i) & I_y(x_i, y_i) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \right) \right]^2$$

$$=\sum_{i=0}^{n} w_{i} \left[\begin{bmatrix} \Delta x & \Delta y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (I_{x}(x_{i}, y_{i}))^{2} & I_{x}(x_{i}, y_{i})I_{y}(x_{i}, y_{i}) \\ I_{x}(x_{i}, y_{i})I_{y}(x_{i}, y_{i}) & (I_{y}(x_{i}, y_{i}))^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \right]$$

(日) (四) (三) (三)

$$c(x,y) = \begin{bmatrix} \Delta x & \Delta y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum_{i} w_{i} (I_{x}(x_{i},y_{i}))^{2} & \sum_{i} w_{i} I_{x}(x_{i},y_{i}) I_{y}(x_{i},y_{i}) \\ \sum_{i} w_{i} I_{x}(x_{i},y_{i}) I_{y}(x_{i},y_{i}) & \sum_{i} w_{i} (I_{y}(x_{i},y_{i}))^{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} \Delta x & \Delta y \end{bmatrix} C(x,y) \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix}$$

donde

$$C(x,y) = \begin{bmatrix} \sum_{i} w_i (I_x(x_i, y_i))^2 & \sum_{i} w_i I_x(x_i, y_i) I_y(x_i, y_i) \\ \sum_{i} w_i I_x(x_i, y_i) I_y(x_i, y_i) & \sum_{i} w_i (I_y(x_i, y_i))^2 \end{bmatrix}$$
$$C(x,y) = \begin{bmatrix} \langle I_x^2 \rangle & \langle I_x I_y \rangle \\ \langle I_x I_y \rangle & \langle I_y^2 \rangle \end{bmatrix}$$

・ロト ・回ト ・ヨト ・ヨ

Si se diagonaliza, podemos sacar sus autovalores.

$$RCR^{-1} = R \left[\begin{array}{cc} \lambda_1 & 0\\ 0 & \lambda_2 \end{array} \right] R^{-1}$$

representando una elipse con semiejes

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_1}}$$
 y $\frac{1}{\sqrt{\lambda_2}}$

y al ángulo por su autovector

$$\alpha = \arctan\left(\frac{y_1}{x_1}\right)$$



Figura: representación de los autovalores en una elipse

Harris

Harris & Stephens / Plessey / Shi-Tomasi

Características de la imagen según los autovalores.

- a) $\lambda_1 \gg \lambda_2$ o $\lambda_2 \gg \lambda_1$, Borde.
- b) $\lambda_1 \simeq 0$ y $\lambda_2 \simeq 0$, Superficie homogénea.
- c) $\lambda_1 > 0$ y $\lambda_2 > 0$, Esquina o punto de interés.



Respuesta de la segunda derivada en diferentes puntos de la imagen.



・ロト ・ 日 ・ ・ 目 ・ ・

• Propuesta de Harris & Stephens / Plessey.

- El Determinante (un determinante alto implica ambos autovalores altos).
- La Traza (orden de magnitud del autovalor mas grande).

$$Harris(x, y) = \det(C) - k(\operatorname{traza}(C)^2)$$

donde

$$\det(C) = \lambda_1 \lambda_2 = I_x^2 I_y^2 - I_{xy}^2$$
$$\operatorname{traza}(C) = \lambda_1 + \lambda_2 = I_x^2 + I_y^2$$

• Propuesta Shi-Tomasi.

$$ST(x,y) = \min(\lambda_1,\lambda_2)$$

Método sencillo y rápido para la detección de puntos de interés

$$T(x,y) = \min((P1_n - C)^2 + (P2_n - C)^2)$$

Respuesta según la posición del píxel central

- Borde, La menor respuesta será la recta paralela a la dirección del borde.
- Uniforme, Cualquier dirección dará un bajo resultado por encontrar puntos similares.
- Esquina, Cualquier recta tendrá al menos uno de los puntos de corte en un píxel que difiere del central.



Figura: Círculo del detector de Trajkovic

(日) (四) (三) (三)

Aproximación interpíxel en ventana de 3x3



Figura: Círculo del detector de Trajkovic

$$T(x,y) = \min((B-C)^2 + (B'-C)^2, (A-C)^2 + (A'-C)^2)$$

Aproximación interpíxel en ventana de 3x3



Figura: Círculo del detector de Trajkovic

Si tomamos dos puntos (P P') y (Q Q') podemos calcular sus respuestas

$$r_1(x) = (P_x - C)^2 + (P'_x - C)^2, r_2(x) = (Q_x - C)^2 + (Q'_x - C)^2$$
$$T(x, y)_{\text{interpixel}} = \min_{x \in (0,1)} (r_1(x), r_2(x))$$
$$P(x) = (1 - x)A + xB \qquad P'(x) = (1 - x)A' + xB'$$
$$Q(x) = (1 - x)A' + xB \qquad Q'(x) = (1 - x)A + xB'$$

< □ > < 同 > < 回 > <

Aproximación interpíxel en ventana de 3x3



Figura: Círculo del detector de Trajkovic

$$\begin{aligned} r_2(x) &= ((1-x)A' + xB - C)^2 + ((1-x)A + xB' - C)^2 = q_1 + 2q_2x + q_3x^2 \\ r_1(x) &= p_1 + 2p_2x + p_3x^2 \\ p_1 &= q_1 = r_A \\ p_2 &= F(B, A', A, C, B') , \ q_2 &= F(B, A, A', C, B') \\ p_3 &= r_B - r_A - 2p_2 , \ q_3 &= r_B - r_A - 2q_2 \end{aligned}$$

G.Steiner (CIII, UTN-FRC)

Aproximación interpíxel en ventana de 3x3



Figura: Círculo del detector de Trajkovic

Cálculo del mínimo

$$T(x,y)_{\text{interpixel}} = \begin{cases} r_A - \frac{m_2^2}{m_3} & \text{si } (m_2 < 0) \text{ y } (m_2 + m_3) > 0\\ T(x,y) & \text{sino} \end{cases}$$

donde

$$m_2 = \min(p_2, q_2)$$
 y $m_3 = r_B - r_A - 2m_2$

Detección de Puntos Característicos basado en Arboles de Decisión Método Convencional

• Se busca 12 píxeles contiguos que cumplan con

 $I_{p \rightarrow x} < I_p - t \text{ o } I_{p \rightarrow x} > I_p + t$

- Permite un descarte rápido si hay menos de 3 píxeles del conjunto (1,5,9 y 13) que no cumplen con lo anterior.
- El problema supone una estructura que respeta los 12 píxeles contiguos.



< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

Arboles de Decisión

 $\bullet\,$ Por cada posición x se calcula para cada punto $I_{p \rightarrow x}$

$$S_{p \to x} = \begin{cases} d, & I_{p \to x} \leq I_p - t \quad (\text{oscuro}) \\ s, & I_p - t < I_{p \to x} < I_p + t \quad (\text{similar}) \\ b, & I_p + t \leq I_{p \to x} \quad (\text{brilloso}) \end{cases}$$

y se dividen en tres subconjuntos P_d, P_s, P_b

- Se construye un conjunto K_p de tipo booleano, que contendrá por cada p true si es punto de interés y *false* si no lo es.
- Se construye el árbol ID3 partiendo del x con la mayor Entropía en K

$$H(Q) = (c + \overline{c}) \log_2(c + \overline{c}) - c \log_2 c - \overline{c} \log_2 \overline{c}$$

$$c = |\{q \mid K_q \text{es true}\}| \quad (\text{número de corners})$$

$$\overline{c} = |\{q \mid K_q \text{es false}\}| \quad (\text{número de no corners})$$

< ロ > < 同 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < 回 > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

Cálculo del Árbol

• Bucle recursivo comenzando por el x de mayor entropía.

$$H(P) - H(P_{d \to x}) - H(P_{s \to x}) - H(P_{b \to x})$$

- Se repite la operación pero para cada uno de los subconjuntos $P_{d \to x}, P_{s \to x}, P_{b \to x}$, tendremos para $P_{d \to x} = P'_d \cup P'_s \cup P'_b$
- El procedimiento concluye cuando la entropía del subconjunto sea nula, indicando que todos los elementos del mismo son esquinas o no lo son, pudiendo etiquetar finalmente.

(日) (同) (三) (三) (三)

Función de Respuesta

$$V = \max\left(\sum_{x \in S_b} |I_{p \to x} - I_p| - t, \sum_{x \in S_d} |I_{p \to x} - I_p| - t\right)$$

donde

$$S_b = \{x \mid I_{p \to x} \ge I_p + t\} \text{ (brillosos)}$$

$$S_d = \{x \mid I_{p \to x} \le I_p - t\} \text{ (oscuros)}$$

・ロト ・ 理 ・ ・ ヨ ・ ・

FIN !!! ¿ Preguntas ?

< □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >