Informática I

Claudio Paz

claudiojpaz@gmail.com

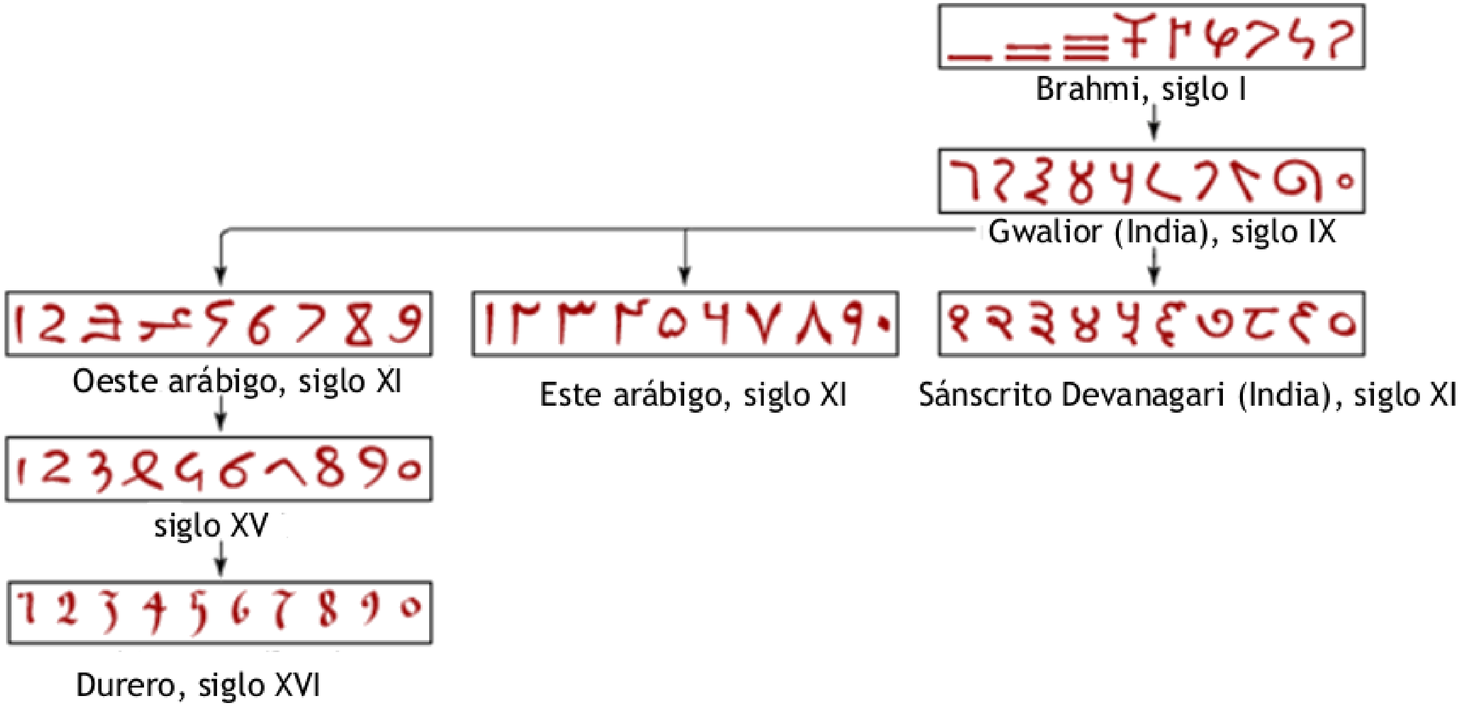
Abril 2019

Unidad 2

Sistemas de numeración

Sistema decimal: Evolución histórica

Sistema decimal: Evolución histórica



1024

$$1024 = 1 \times 1000 + 0 \times 100 + 2 \times 10 + 4 \times 1$$

1024

$$1024 = 1 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

Sistemas de numeración

Sistemas de numeración

- No Posicionales

Sistemas de numeración

- No Posicionales
- Posicionales

Teorema Fundamental de la Numeración

Teorema Fundamental de la Numeración

Considérese un sistema de numeración posicional de base b, siendo b números naturales que cumplan con $b > 1$, entonces cualquier número natural N puede expresarse de manera única en esa base decimal como

$$N = a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + \cdots + a_2 b^2 + a_1 b^1 + a_0 b^0$$

siendo $a_n,\ a_{n-1},\ \ldots,\ a_2,\ a_1,\ a_0$ alguno de los símbolos que forman la base del sistema y $n + 1$ la cantidad de cifras del número N.

Teorema Fundamental de la Numeración

Teorema Fundamental de la Numeración

También se puede escribir de forma compacta como

$$N = \sum_{i=0}^{n} a_i b^i$$

Sistema de numeración decimal

Sistema de numeración decimal

$$\begin{aligned} base &= \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\} \\ b &= 10 \end{aligned}$$

Sistema de numeración decimal

$$\begin{aligned} base &= \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\} \\ b &= 10 \end{aligned}$$

$$N = \sum_{i=0}^{n} a_i 10^i$$

Sistema de numeración decimal

$$
\begin{aligned}
base &= \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9\} \\
b &= 10
\end{aligned}
$$

$$N = \sum_{i=0}^{n} a_i 10^i$$

$$512 = 5 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 2 \times 10^0$$

Sistema de numeración binario

Sistema de numeración binario

$$base = \{0,\ 1\}$$
$$b = 2$$

Sistema de numeración binario

$$base = \{0,\ 1\}$$
$$b = 2$$

$$N = \sum_{i=0}^{n} a_i 2^i$$

Sistema de numeración binario

$$base = \{0,\ 1\}$$
$$b = 2$$

$$N = \sum_{i=0}^{n} a_i 2^i$$

$$101_{(2)} \rightarrow 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 5_{(10)}$$
$$1010_{(2)} \rightarrow 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 10_{(10)}$$
$$1101_{(2)} \rightarrow 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 13_{(10)}$$

Sistema de numeración hexadecimal

Sistema de numeración hexadecimal

$$\begin{aligned} base &= \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ A,\ B,\ C,\ D,\ E,\ F\} \\ b &= 16 \end{aligned}$$

Sistema de numeración hexadecimal

$$\begin{aligned} base &= \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ A,\ B,\ C,\ D,\ E,\ F\} \\ b &= 16 \end{aligned}$$

$$N = \sum_{i=0}^{n} a_i 16^i$$

Sistema de numeración hexadecimal

$$base = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8,\ 9,\ A,\ B,\ C,\ D,\ E,\ F\}$$
$$b = 16$$

$$N = \sum_{i=0}^{n} a_i 16^i$$

$$10_{(16)} \rightarrow 1 \times 16^1 + 0 \times 16^0 = 16_{(10)}$$

Sistema de numeración octal

Sistema de numeración octal

$$base = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$$
$$b = 8$$

Sistema de numeración octal

$$base = \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\}$$
$$b = 8$$

$$N = \sum_{i=0}^{n} a_i 8^i$$

Sistema de numeración octal

$$
\begin{aligned}
base &= \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7\} \\
b &= 8
\end{aligned}
$$

$$N = \sum_{i=0}^{n} a_i 8^i$$

$$
\begin{aligned}
10_{(8)} &\rightarrow 1 \times 8^1 + 0 \times 8^0 = 8_{(10)} \\
130_{(8)} &\rightarrow 1 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 0 \times 8^0 = 88_{(10)}
\end{aligned}
$$

$$1000_{(10)} =$$

$$1000_{(2)} =$$

$$1000_{(8)} =$$

$$1000_{(16)} =$$

$$1000_{(10)} = 1000$$

$$1000_{(2)} = 8$$

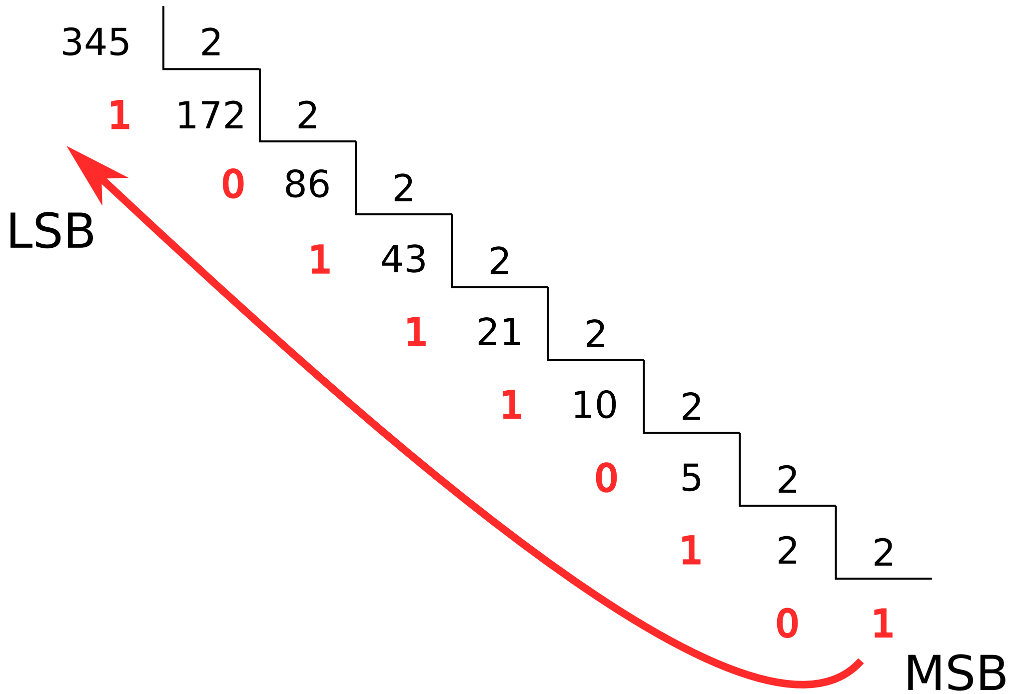
$$1000_{(8)} = 512$$

$$1000_{(16)} = 4096$$

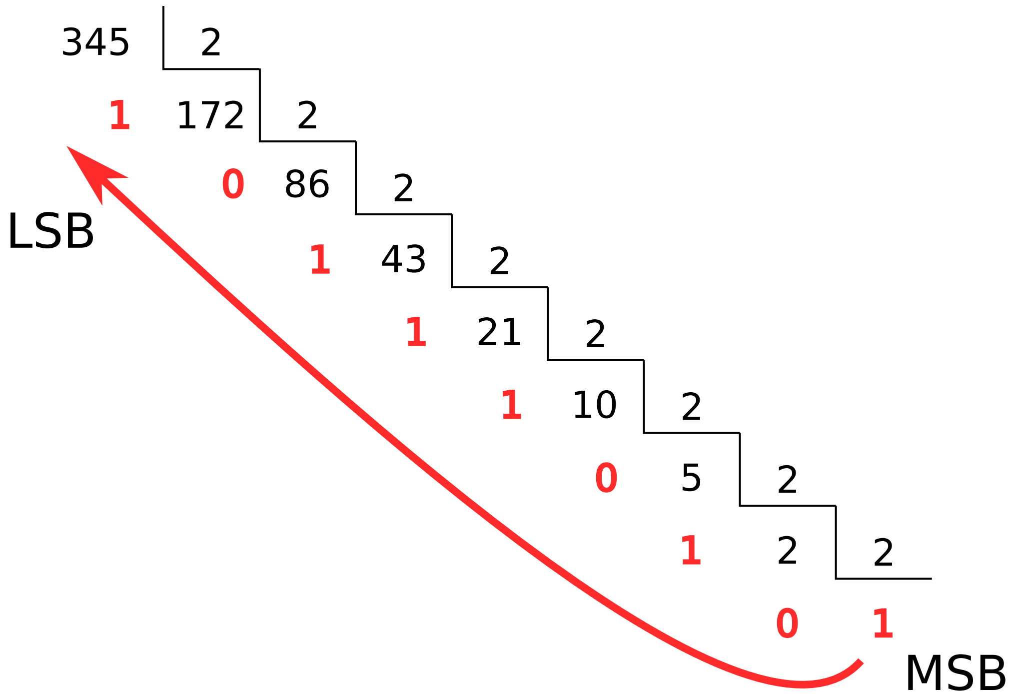
Números enteros y positivos

Sistema binario	Sistema decimal	Sistema hexadecimal	Sistema octal
0 0 0 0	0	0	0
0 0 0 1	1	1	1
0 0 1 0	2	2	2
0 0 1 1	3	3	3
0 1 0 0	4	4	4
0 1 0 1	5	5	5
0 1 1 0	6	6	6
0 1 1 1	7	7	7
1 0 0 0	8	8	10
1 0 0 1	9	9	11
1 0 1 0	10	A	12
1 0 1 1	11	B	13
1 1 0 0	12	C	14
1 1 0 1	13	D	15
1 1 1 0	14	E	16
1 1 1 1	15	F	17

Conversión de decimal a binario



Conversión de decimal a binario



$$345_{(10)} = 101011101_{(2)}$$

Distintos sistemas: números enteros y positivos

Pasaje directo

Distintos sistemas: números enteros y positivos

Pasaje directo

Debido a que las bases del sistema binario, octal y hexadecimal son potencias de 2, el pasaje entre números de esots sistemas se puede hacer directamente cifra por cifra

Distintos sistemas: números enteros y positivos

Pasaje directo

Debido a que las bases del sistema binario, octal y hexadecimal son potencias de 2, el pasaje entre números de esots sistemas se puede hacer directamente cifra por cifra

Cada cifra del sistema hexadecimal se puede representar con 4 del sistema binario.

Distintos sistemas: números enteros y positivos

Pasaje directo

Debido a que las bases del sistema binario, octal y hexadecimal son potencias de 2, el pasaje entre números de esots sistemas se puede hacer directamente cifra por cifra

Cada cifra del sistema hexadecimal se puede representar con 4 del sistema binario.

Cada cifra del sistema octal se puede representar con 3 del sistema binario.

Distintos sistemas: números enteros y positivos

Pasaje directo

Distintos sistemas: números enteros y positivos

Pasaje directo

Ejemplo con 32bits

$$53048 = 1100111100111000_{(2)}$$

Distintos sistemas: números enteros y positivos

Pasaje directo

Ejemplo con 32bits

$$53048 = 1100111100111000_{(2)}$$

Pasando a hexadecimal

Distintos sistemas: números enteros y positivos

Pasaje directo

Ejemplo con 32bits

$$53048 = 1100111100111000_{(2)}$$

Pasando a hexadecimal

$$\begin{array}{cccc} 1100 & 1111 & 0011 & 1000 \\ C & F & 3 & 8 \end{array}$$

Distintos sistemas: números enteros y positivos

Pasaje directo

Ejemplo con 32bits

$$53048 = 1100111100111000_{(2)}$$

Pasando a octal

Distintos sistemas: números enteros y positivos

Pasaje directo

Ejemplo con 32bits

$$53048 = 1100111100111000_{(2)}$$

Pasando a octal

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 100 & 111 & 100 & 111 & 000 \\ 1 & 4 & 7 & 4 & 7 & 0 \end{array}$$

Distintos sistemas: números enteros y positivos

Pasaje directo

Ejemplo con 32bits

$$53048 = 1100111100111000_{(2)}$$

Distintos sistemas: números enteros y positivos

Pasaje directo

Ejemplo con 32bits

$$53048 = 1100111100111000_{(2)} = CF38_{(16)} = 147470_{(8)}$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Operaciones aritméticas con números binarios

Suma

Operaciones aritméticas con números binarios

Suma

$$0 + 0 = 0$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Suma

$$0 + 0 = 0$$

$$1 + 0 = 1$$

$$0 + 1 = 1$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Suma

$0 + 0 = 0$

$1 + 0 = 1$

$0 + 1 = 1$

$1 + 1 = 0$ (pero hay acarreo)

Operaciones aritméticas con números binarios

Suma

Operaciones aritméticas con números binarios

Suma

$$\begin{array}{rr} & 9 \\ + & 4 \\ \hline & 13 \end{array}$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Suma

$$\begin{array}{rr} & 9 \\ + & 4 \\ \hline & 13 \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} & 1 & 0 & 0 & 1 \\ + & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Operaciones aritméticas con números binarios

Producto

Operaciones aritméticas con números binarios

Producto

$$0 \times 0 = 0$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Producto

$$0 \times 0 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Producto

$$0 \times 0 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Producto

Operaciones aritméticas con números binarios

Producto

$$\begin{array}{r} 3 \\ \times \quad 5 \\ \hline 15 \end{array}$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Producto

$$
\begin{array}{rr}
 & 3 \\
\times & 5 \\
\hline
 & 15
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{ccccc}
 & & 0 & 1 & 1 \\
\times & & 1 & 0 & 1 \\
\hline
 & & 0 & 1 & 1 \\
 & 0 & 0 & 0 & \\
0 & 1 & 1 & & \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 1
\end{array}
$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Producto

Operaciones aritméticas con números binarios

Producto

$$
\begin{array}{rr}
 & \mathbf{7} \\
\times & \mathbf{5} \\
\hline
 & \mathbf{35}
\end{array}
$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Producto

$$\begin{array}{rr} & \mathbf{7} \\ \times & \mathbf{5} \\ \hline & \mathbf{35} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} & & & 1 & 1 & 1 \\ & \times & & 1 & 0 & 1 \\ \hline & & & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 0 & 0 & \\ & 1 & 1 & 1 & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Producto

$$\begin{array}{rr} & \mathbf{7} \\ \times & \mathbf{5} \\ \hline & \mathbf{35} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} & & & 1 & 1 & 1 \\ & \times & & 1 & 0 & 1 \\ \hline & & & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 0 & 0 & \\ & 1 & 1 & 1 & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

Ojo con el acarreo!!

Operaciones aritméticas con números binarios

Producto

$$\begin{array}{rr} & \mathbf{7} \\ \times & \mathbf{5} \\ \hline & \mathbf{35} \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccc} & & & 1 & 1 & 1 \\ & \times & & 1 & 0 & 1 \\ \hline & & & 1 & 1 & 1 \\ & & 0 & 0 & 0 & \\ & 1 & 1 & 1 & & \\ \hline 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

Ojo con el acarreo!!

La representación binaria será posible dependiendo de la cantidad de bits usados

Operaciones aritméticas con números binarios

Operaciones aritméticas con números binarios

Resta

Operaciones aritméticas con números binarios

Resta

$$0 - 0 = 0$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Resta

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Resta

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Resta

Operaciones aritméticas con números binarios

Resta

$$\begin{array}{rr} & 13 \\ - & 4 \\ \hline & 9 \end{array}$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Resta

$$\begin{array}{rr} & 13 \\ - & 4 \\ \hline & 9 \end{array} \qquad \begin{array}{rrrrr} & 1 & 1 & 0 & 1 \\ - & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hline & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

Operaciones aritméticas con números binarios

Resta

Operaciones aritméticas con números binarios

Resta

$$0 - 1 = ?$$

Representación de Números signados

Representación de Números signados

Problema: necesidad de representar números negativos

Representación de Números signados

Problema: necesidad de representar números negativos

Soluciones: ?

Convenio de signo y magnitud

Convenio de signo y magnitud

Ejemplo con 8 bits

Usando el bit más significativo como bit de signo

Convenio de signo y magnitud

Ejemplo con 8 bits

Usando el bit más significativo como bit de signo

+13 en binario

0	0	0	0	1	1	0	1

Convenio de signo y magnitud

Ejemplo con 8 bits

Usando el bit más significativo como bit de signo

+13 en binario

0	0	0	0	1	1	0	1

-13 en binario

1	0	0	0	1	1	0	1

Convenio de signo y magnitud

Ejemplo con 8 bits

Convenio de signo y magnitud

Ejemplo con 8 bits

El problema

Convenio de signo y magnitud

Ejemplo con 8 bits

El problema

+0 en binario

0	0	0	0	0	0	0	0

Convenio de signo y magnitud

Ejemplo con 8 bits

El problema

+0 en binario

0	0	0	0	0	0	0	0

-0 en binario

1	0	0	0	0	0	0	0

Convenio de signo y magnitud

Ejemplo con 8 bits

El problema

+0 en binario

0	0	0	0	0	0	0	0

-0 en binario

1	0	0	0	0	0	0	0

A diferencia del análisis matemático, en informática es el mismo número (+0 es igual a -0)

Convenio de complemento a uno

Convenio de complemento a uno

Ejemplo con 8 bits

Convenio de complemento a uno

Ejemplo con 8 bits

Para números negativos se complementa todo

Convenio de complemento a uno

Ejemplo con 8 bits

Para números negativos se complementa todo

+13 en binario

0	0	0	0	1	1	0	1

Convenio de complemento a uno

Ejemplo con 8 bits

Para números negativos se complementa todo

+13 en binario

0	0	0	0	1	1	0	1

-13 en binario

1	1	1	1	0	0	1	0

Convenio de complemento a uno

Ejemplo con 8 bits

Convenio de complemento a uno

Ejemplo con 8 bits

El problema

Convenio de complemento a uno

Ejemplo con 8 bits

El problema

+0 en binario

0	0	0	0	0	0	0	0

Convenio de complemento a uno

Ejemplo con 8 bits

El problema

+0 en binario

0	0	0	0	0	0	0	0

-0 en binario

1	1	1	1	1	1	1	1

Convenio de complemento a uno

Ejemplo con 8 bits

El problema

+0 en binario

0	0	0	0	0	0	0	0

-0 en binario

1	1	1	1	1	1	1	1

Nuevamente, doble representación del 0

Convenio de complemento a dos

Convenio de complemento a dos

Ejemplo con 8 bits

Convenio de complemento a dos

Ejemplo con 8 bits

Para números negativos se complementa todo, pero además, se incrementa en 1

Convenio de complemento a dos

Ejemplo con 8 bits

Para números negativos se complementa todo, pero además, se incrementa en 1

+13 en binario

0	0	0	0	1	1	0	1

Convenio de complemento a dos

Ejemplo con 8 bits

Para números negativos se complementa todo, pero además, se incrementa en 1

+13 en binario

0	0	0	0	1	1	0	1

-13 en binario

1	1	1	1	0	0	1	0
							1
1	1	1	1	0	0	1	1

Convenio de complemento a dos

Ejemplo con 8 bits

Convenio de complemento a dos

Ejemplo con 8 bits

El problema, ahora resuelto

Convenio de complemento a dos

Ejemplo con 8 bits

El problema, ahora resuelto

+0 en binario

0	0	0	0	0	0	0	0

Convenio de complemento a dos

Ejemplo con 8 bits

El problema, ahora resuelto

+0 en binario

0	0	0	0	0	0	0	0

-0 en binario

1	1	1	1	1	1	1	1
							1
0	0	0	0	0	0	0	0

Operaciones de adición y de sustracción utilizando el convenio de complemento a dos

Operaciones de adición y de sustracción utilizando el convenio de complemento a dos

$$\begin{array}{rr} & 4 \\ - & 13 \\ \hline & -9 \end{array}$$

Operaciones de adición y de sustracción utilizando el convenio de complemento a dos

$$
\begin{array}{cccccccccc}
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
+ & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1
\end{array}
$$

Operaciones de adición y de sustracción utilizando el convenio de complemento a dos

$$
\begin{array}{cccccccccc}
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
+ & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1
\end{array}
$$

Qué número es?

Operaciones de adición y de sustracción utilizando el convenio de complemento a dos

$$
\begin{array}{cccccccccc}
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
+ & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1
\end{array}
$$

Qué número es?

Si el bit más significativo es 1, sabemos que es un número negativo

Operaciones de adición y de sustracción utilizando el convenio de complemento a dos

$$\begin{array}{cccccccccc} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ + & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$

Qué número es?

Si el bit más significativo es 1, sabemos que es un número negativo

Hay que *deshacer* el complemento a 2 y obtendremos el valor absoluto del número negativo

Operaciones de adición y de sustracción utilizando el convenio de complemento a dos

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
+ & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\
- & & & & & & & & 1 \\
\hline
 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\
\text{C1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1
\end{array}
$$

Operaciones de adición y de sustracción utilizando el convenio de complemento a dos

Operaciones de adición y de sustracción utilizando el convenio de complemento a dos

$$
\begin{array}{rr}
 & 100 \\
- & 36 \\
\hline
 & 64
\end{array}
$$

Operaciones de adición y de sustracción utilizando el convenio de complemento a dos

$$
\begin{array}{r}
100 \\
- \quad 36 \\
\hline
64
\end{array}
$$

Primero: -36 a binario usando *complemento a 2*

Operaciones de adición y de sustracción utilizando el convenio de complemento a dos

$$\begin{array}{rr} & 100 \\ - & 36 \\ \hline & 64 \end{array}$$

Primero: -36 a binario usando *complemento a 2*

$$\begin{array}{ccccccccc} & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \text{C1} & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ + & & & & & & & & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$

Operaciones de adición y de sustracción utilizando el convenio de complemento a dos

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
+ & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
\hline
\mathbf{1} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}
$$

Operaciones de adición y de sustracción utilizando el convenio de complemento a dos

$$
\begin{array}{ccccccccc}
 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
+ & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
\hline
\mathbf{1} & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}
$$

El acarreo se ignora

Representación de números fraccionales

Representación de números fraccionales

$$42.195$$

Representación de números fraccionales

$$42.195$$

Tomando la parte entera

Representación de números fraccionales

$$42.195$$

Tomando la parte entera

$$\begin{array}{cccccc}
42 & \multicolumn{1}{|c}{2} & & & & \\ \cline{2-2}
\mathbf{0} & 21 & \multicolumn{1}{|c}{2} & & & \\ \cline{3-3}
 & \mathbf{1} & 10 & \multicolumn{1}{|c}{2} & & \\ \cline{4-4}
 & & \mathbf{0} & 5 & \multicolumn{1}{|c}{2} & \\ \cline{5-5}
 & & & \mathbf{1} & 2 & \multicolumn{1}{|c}{2} \\ \cline{6-6}
 & & & & \mathbf{0} & \mathbf{1}
\end{array}$$

Representación de números fraccionales

$$42.195$$

Tomando la parte entera

$$
\begin{array}{rrrrrr}
42 & \multicolumn{1}{|l}{2} \\ \cline{2-2}
\mathbf{0} & 21 & \multicolumn{1}{|l}{2} \\ \cline{3-3}
 & \mathbf{1} & 10 & \multicolumn{1}{|l}{2} \\ \cline{4-4}
 & & \mathbf{0} & 5 & \multicolumn{1}{|l}{2} \\ \cline{5-5}
 & & & \mathbf{1} & 2 & \multicolumn{1}{|l}{2} \\ \cline{6-6}
 & & & & \mathbf{0} & \mathbf{1}
\end{array}
$$

$$101010$$

Representación de números fraccionales

$$42.195$$

Tomando la parte entera y la parte fraccionaria

$$
\begin{array}{cccccc}
42 & \multicolumn{1}{|c}{2} & & & & \\ \cline{2-2}
\mathbf{0} & 21 & \multicolumn{1}{|c}{2} & & & \\ \cline{3-3}
 & \mathbf{1} & 10 & \multicolumn{1}{|c}{2} & & \\ \cline{4-4}
 & & \mathbf{0} & 5 & \multicolumn{1}{|c}{2} & \\ \cline{5-5}
 & & & \mathbf{1} & 2 & \multicolumn{1}{|c}{2} \\ \cline{6-6}
 & & & & \mathbf{0} & \mathbf{1}
\end{array}
$$

$$101010$$

Representación de números fraccionales

$$42.195$$

Tomando la parte entera

$$\begin{array}{rrrrrrr}
42 & 2 & & & & & \\
\mathbf{0} & 21 & 2 & & & & \\
 & \mathbf{1} & 10 & 2 & & & \\
 & & \mathbf{0} & 5 & 2 & & \\
 & & & \mathbf{1} & 2 & 2 & \\
 & & & & \mathbf{0} & \mathbf{1} &
\end{array}$$

$$101010$$

y la parte fraccionaria

$$0.195 \times 2 = 0.39$$
$$0.39 \times 2 = 0.78$$
$$0.78 \times 2 = 1.56$$
$$0.56 \times 2 = 1.12$$

Representación de números fraccionales

$$42.195$$

Tomando la parte entera

$$\begin{array}{cccccc}
42 & \multicolumn{1}{|l}{2} & & & & \\ \cline{2-2}
0 & 21 & \multicolumn{1}{|l}{2} & & & \\ \cline{3-3}
 & 1 & 10 & \multicolumn{1}{|l}{2} & & \\ \cline{4-4}
 & & 0 & 5 & \multicolumn{1}{|l}{2} & \\ \cline{5-5}
 & & & 1 & 2 & \multicolumn{1}{|l}{2} \\ \cline{6-6}
 & & & & 0 & 1
\end{array}$$

$$101010$$

y la parte fraccionaria

$$0.195 \times 2 = 0.39$$
$$0.39 \times 2 = 0.78$$
$$0.78 \times 2 = 1.56$$
$$0.56 \times 2 = 1.12$$

$$.0011$$

Representación de números fraccionales

$$101010.0011$$

Representación de números fraccionales

$$101010.0011$$

La parte entera:

$$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 42$$

Representación de números fraccionales

$$101010.0011$$

La parte entera:

$$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 42$$

La parte fraccionaria:

$$0 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} =$$

Representación de números fraccionales

$$101010.0011$$

La parte entera:

$$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 42$$

La parte fraccionaria:

$$0 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} =$$

$$0 \times 1/2 + 0 \times 1/4 + 1 \times 1/8 + 1 \times 1/16 =$$

Representación de números fraccionales

$$101010.0011$$

La parte entera:

$$1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 = 42$$

La parte fraccionaria:

$$0 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} =$$

$$0 \times 1/2 + 0 \times 1/4 + 1 \times 1/8 + 1 \times 1/16 =$$

$$0 \times 0.5 + 0 \times 0.25 + 1 \times 0.125 + 1 \times 0.0625 = 0.1875$$

Representación de números fraccionales

$$42.195 \xrightarrow{\text{a binario}} 101010.0011$$

$$101010.0011 \xrightarrow{\text{a decimal}} 42.1875$$

Representación de números fraccionales

$$42.195 \xrightarrow{\text{a binario}} 101010.0011$$

$$101010.0011 \xrightarrow{\text{a decimal}} 42.1875$$

Que pasó?

Representación de números fraccionales

$$42.195 \xrightarrow{\text{a binario}} 101010.0011$$

$$101010.0011 \xrightarrow{\text{a decimal}} 42.1875$$

Que pasó?

0.195 tiene una expansión binaria infinita

Notación punto fijo y punto flotante

Punto fijo

Notación punto fijo y punto flotante

Punto fijo

Las computadoras, y en particular los espacios en ellas destinados a almacenar números, tienen una capacidad finita.

Notación punto fijo y punto flotante

Punto fijo

Las computadoras, y en particular los espacios en ellas destinados a almacenar números, tienen una capacidad finita.

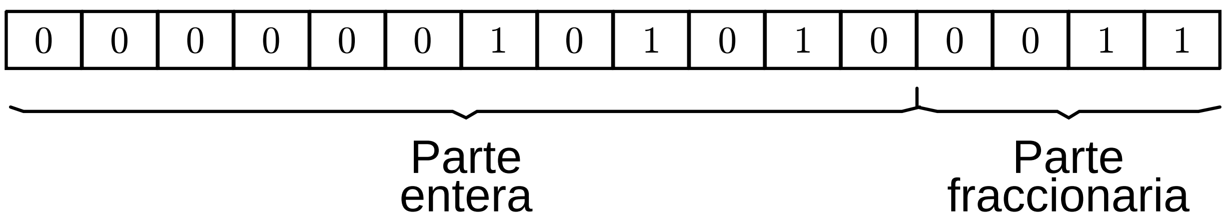
Para almacenar un número real una opción es destinar una cantidad **fija** de bits para la parte fraccionaria y otra parte fija para la parte entera.

Notación punto fijo y punto flotante

Punto fijo

Las computadoras, y en particular los espacios en ellas destinados a almacenar números, tienen una capacidad finita.

Para almacenar un número real una opción es destinar una cantidad **fija** de bits para la parte fraccionaria y otra parte fija para la parte entera.



Notación punto fijo y punto flotante

Punto flotante

Notación punto fijo y punto flotante

Punto flotante

En este caso se descompone en dos partes, *mantisa* y *exponente*.

Cualquier valor real se puede expresar en notación científica como

$$r = m \times b^e$$

Ejemplo:

$2.1 = 21 \times 10^{-1}$

Notación punto fijo y punto flotante

Punto flotante

En este caso se descompone en dos partes, *mantisa* y *exponente*.

Cualquier valor real se puede expresar en notación científica como

$$r = m \times b^e$$

Ejemplo:

$2.1 = 0.21 \times 10^1$

Notación punto fijo y punto flotante

Punto flotante

En este caso se descompone en dos partes, *mantisa* y *exponente*.

Cualquier valor real se puede expresar en notación científica como

$$r = m \times b^e$$

Ejemplo:

$2.1 = 2100 \times 10^{-3}$

Notación punto fijo y punto flotante

Punto flotante

Notación punto fijo y punto flotante

Punto flotante

Se puede guardar por un lado la mantisa con su signo y por otro lado el exponente también con su signo.

Notación punto fijo y punto flotante

Punto flotante

Se puede guardar por un lado la mantisa con su signo y por otro lado el exponente también con su signo.

El signo de la mantisa determina el signo del número, y el signo del exponente determina si es mayor o menor que 1.

Notación punto fijo y punto flotante

Punto flotante

Se puede guardar por un lado la mantisa con su signo y por otro lado el exponente también con su signo.

El signo de la mantisa determina el signo del número, y el signo del exponente determina si es mayor o menor que 1.

En computación se utiliza el estándar IEEE 754.

Representación según formato IEEE 754

Representación según formato IEEE 754

El estándar determina que se utilizan 32 bits para los números de punto flotante de simple precisión y 64 bits para los de doble precisión.

Representación según formato IEEE 754

El estándar determina que se utilizan 32 bits para los números de punto flotante de simple precisión y 64 bits para los de doble precisión.

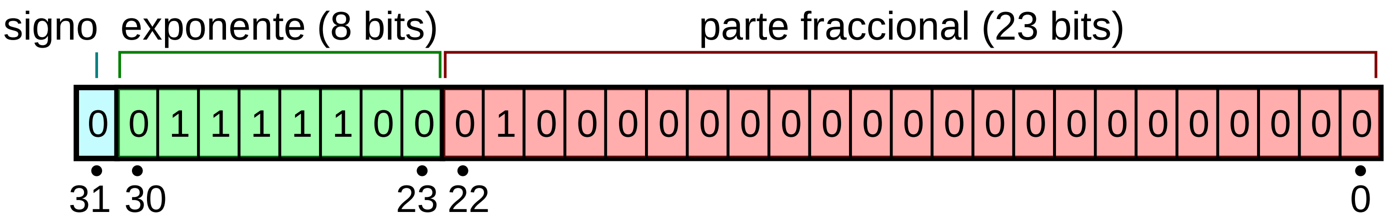
Para 32 bits

Bits de signo (S): 1 bit.

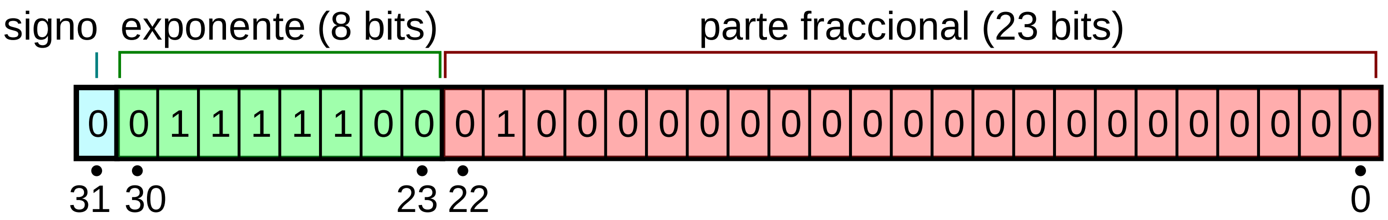
Exponente desplazado (E): 8 bits.

Significando o Mantisa (T): 23 bits.

Representación según formato IEEE 754

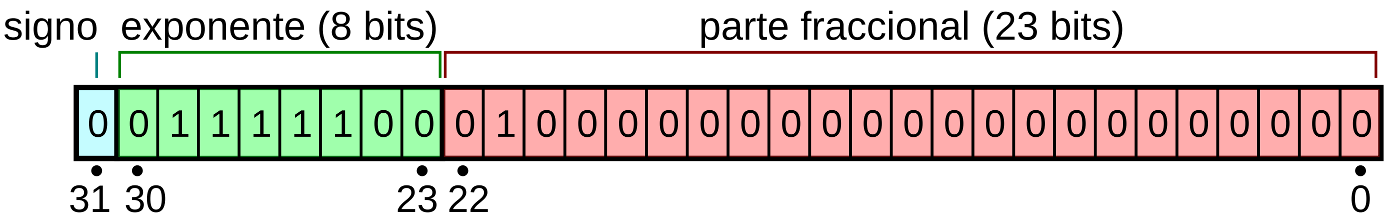


Representación según formato IEEE 754



$$r = (-1)^{b_{31}} \times \left(1 + \sum_{i=0}^{22} b_{22-i} 2^{-i}\right) \times 2^{(e-127)}$$

Representación según formato IEEE 754

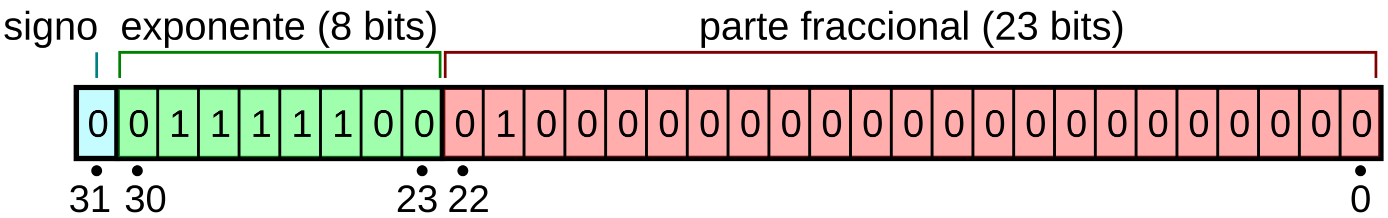


$$r = (-1)^{b_{31}} \times \left(1 + \sum_{i=0}^{22} b_{22-i} 2^{-i}\right) \times 2^{(e-127)}$$

$$r = (-1)^{0} \times \left(1 + 2^{-2}\right) \times 2^{(124-127)}$$

Fresheneesz [CC BY-SA 3.0], via Wikimedia Commons

Representación según formato IEEE 754

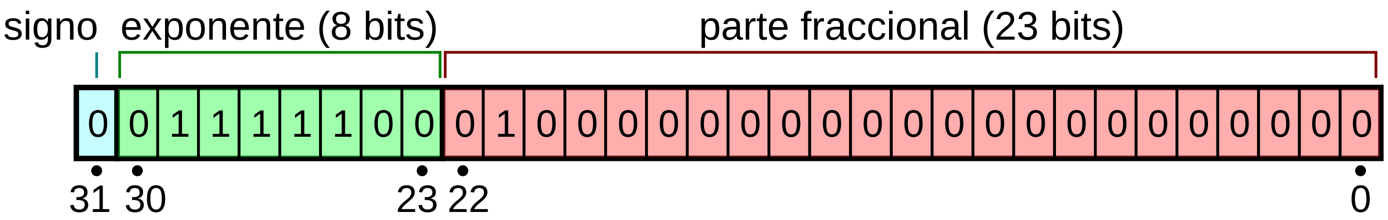


$$r = (-1)^{b_{31}} \times \left(1 + \sum_{i=0}^{22} b_{22-i} 2^{-i}\right) \times 2^{(e-127)}$$

$$r = (-1)^{0} \times \left(1 + 2^{-2}\right) \times 2^{(124-127)}$$

$$r = \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{8} = \frac{10}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{10}{64}$$

Representación según formato IEEE 754



$$r = (-1)^{b_{31}} \times \left(1 + \sum_{i=0}^{22} b_{22-i} 2^{-i}\right) \times 2^{(e-127)}$$

$$r = (-1)^{0} \times \left(1 + 2^{-2}\right) \times 2^{(124-127)}$$

$$r = \left(1 + \frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{8} = \frac{10}{8} \times \frac{1}{8} = \frac{10}{64}$$

$$r = 0.15625$$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

1 Si el número a analizar (N) es positivo, asignar a $S = 0$ y, en caso contrario, $S = 1$.

Ejemplo

$N = 0.15625$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

1 Si el número a analizar (N) es positivo, asignar a $S = 0$ y, en caso contrario, $S = 1$.

Ejemplo

$N = 0.15625$

$S = 0$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

2 Igualar N a 2^x.

Ejemplo

$N = 0.15625$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

2 Igualar N a 2^x.

Ejemplo

$N = 0.15625$

$0.15635 = 2^x$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

3 Despejar la variable x, aplicando logaritmos decimales o naturales a ambos lados de la ecuación.

Ejemplo

$N = 0.15625$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

3 Despejar la variable x, aplicando logaritmos decimales o naturales a ambos lados de la ecuación.

Ejemplo

$$N = 0.15625$$

$$\frac{\ln 0.15635}{\ln 2} = x \implies x = -2.678$$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

4 Tomar como valor aproximado al entero inmediatamente inferior y llamarlo e.

Ejemplo

$N = 0.15625$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

4 Tomar como valor aproximado al entero inmediatamente inferior y llamarlo e.

Ejemplo

$N = 0.15625$

$x = -2.678 \approx -3 \implies e = -3$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

5 Tomar nuevamente el número decimal N e igualarlo a $m \times 2^e$.

Ejemplo

$N = 0.15625$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

5 Tomar nuevamente el número decimal N e igualarlo a $m \times 2^e$.

Ejemplo

$N = 0.15625$

$0.15625 = m \times 2^{-3}$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

6 Despejar m y quitarle la parte entera que siempre es 1. Éste es el bit a la izquierda de la coma binaria que nunca se incluye en el número en como flotante.

Ejemplo

$N = 0.15625$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

6 Despejar m y quitarle la parte entera que siempre es 1. Éste es el bit a la izquierda de la coma binaria que nunca se incluye en el número en como flotante.

Ejemplo

$N = 0.15625$

$$\frac{0.15625}{0.125} = m \implies m = 1.25 \implies m = \cancel{1}.25$$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

7 Tomar la fracción del resultado y convertirla en binario.

Ejemplo

$N = 0.15625$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

7 Tomar la fracción del resultado y convertirla en binario.

Ejemplo

$N = 0.15625$

$0.25 \xrightarrow{\text{a binario}} .01(\text{recordar que son 23 bits de mantisa})$
$T = .01000000000000000000000$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

8 Sumar a e el valor de 127 y convertir el resultado a binario llamándolo E

Ejemplo

$N = 0.15625$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

8 Sumar a e el valor de 127 y convertir el resultado a binario llamándolo E

Ejemplo

$N = 0.15625$

$E = e + 127 \implies E = 124$
$E = 01111100$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

9 Juntar los resultados de S, E y T que forman parte del número en formato IEEE 754 de 32bits.

$N = 0.15625$

Representación según formato IEEE 754

Para convertir un número real decimal en uno de formato IEEE 754 precisión simple se debe seguir el siguiente procedimiento:

9 Juntar los resultados de S, E y T que forman parte del número en formato IEEE 754 de 32bits.

$$N = 0.15625$$

$$S = 0$$
$$E = 01111100$$
$$T = .01000000000000000000000$$

$$0.15625 \xrightarrow{\text{a IEEE 754}} 0\ 01111100\ 01000000000000000000000$$

Representación de caracteres: Decimal Codificado en Binario (BCD).

Representación de números decimales donde cada dígito del número en base 10 se representa en base 2

Representación de caracteres: Decimal Codificado en Binario (BCD).

Representación de números decimales donde cada dígito del número en base 10 se representa en base 2

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001

Representación de caracteres: Decimal Codificado en Binario (BCD).

Representación de caracteres: Decimal Codificado en Binario (BCD).

Ejemplo para 16 bits:

en base 2:

$$2019 = 0000011111100011$$

Representación de caracteres: Decimal Codificado en Binario (BCD).

Ejemplo para 16 bits:

en base 2:

$$2019 = 0000011111100011$$

en BCD:

$$2019 = 0010000000011001$$

Representación de caracteres: ASCII.

Caracteres de Control

Binario	Decimal	Hex	Abreviatura	Nombre/Significado/Representación
00000000	0	00	NUL	Carácter Nulo
00000001	1	01	SOH	Inicio de Encabezado
00000010	2	02	STX	Inicio de Texto
00000011	3	03	ETX	Fin de Texto
00000100	4	04	EOT	Fin de Transmisión
00000101	5	05	ENQ	Consulta
00000110	6	06	ACK	Acuse de recibo
00000111	7	07	BEL	Timbre
00001000	8	08	BS	Retroceso
00001001	9	09	HT	Tabulación horizontal
00001010	10	$0A$	LF	Salto de línea
00001011	11	$0B$	VT	Tabulación Vertical
00001100	12	$0C$	FF	Avance de página
00001101	13	$0D$	CR	Retorno de carro
00001110	14	$0E$	SO	Desactivar mayúsculas
00001111	15	$0F$	SI	Activar mayúsculas

Caracteres de Control (cont.)

Binario	Decimal	Hex	Abreviatura	Nombre/Significado/Representación
00010000	16	10	DLE	Escape vínculo de datos
00010001	17	11	DC1	Control de dispositivo 1 (XON)
00010010	18	12	DC2	Control de dispositivo 2
00010011	19	13	DC3	Control de dispositivo 3 (XOFF)
00010100	20	14	DC4	Control de dispositivo 4
00010101	21	15	NAK	Acuse de recibo negativo
00010110	22	16	SYN	Síncronía en espera
00010111	23	17	ETB	Fin del bloque de transmisión
00011000	24	18	CAN	Cancelar
00011001	25	19	EM	Fin del medio
00011010	26	$1A$	SUB	Substitución
00011011	27	$1B$	ESC	ESC o Escape
00011100	28	$1C$	FS	Separador de archivo
00011101	29	$1D$	GS	Separador de grupo
00011110	30	$1E$	RS	Separador de registro
00011111	31	$1F$	US	Separador de unidad
01111111	127	$7F$	DEL	DEL o Suprimir

Caracteres Imprimibles

Binario	Decimal	Hex	Representación
00100000	32	20	espacio ( )
00100001	33	21	!
00100010	34	22	”
00100011	35	23	#
00100100	36	24	$
00100101	37	25	%
00100110	38	26	&
00100111	39	27	’
00101000	40	28	(
00101001	41	29	)
00101010	42	$2A$	*
00101011	43	$2B$	+
00101100	44	$2C$	,
00101101	45	$2D$	-
00101110	46	$2E$	.
00101111	47	$2F$	/

Binario	Decimal	Hex	Representación
00110000	48	30	0
00110001	49	31	1
00110010	50	32	2
00110011	51	33	3
00110100	52	34	4
00110101	53	35	5
00110110	54	36	6
00110111	55	37	7
00111000	56	38	8
00111001	57	39	9
00111010	58	$3A$	:
00111011	59	$3B$	;
00111100	60	$3C$	$<$
00111101	61	$3D$	$=$
00111110	62	$3E$	$>$
00111111	63	$3F$	?

Caracteres Imprimibles

Binario	Decimal	Hex	Representación
01000000	64	40	@
01000001	65	41	A
01000010	66	42	B
01000011	67	43	C
01000100	68	44	D
01000101	69	45	E
01000110	70	46	F
01000111	71	47	G
01001000	72	48	H
01001001	73	49	I
01001010	74	$4A$	J
01001011	75	$4B$	K
01001100	76	$4C$	L
01001101	77	$4D$	M
01001110	78	$4E$	N
01001111	79	$4F$	O

Binario	Decimal	Hex	Representación
01010000	80	50	P
01010001	81	51	Q
01010010	82	52	R
01010011	83	53	S
01010100	84	54	T
01010101	85	55	U
01010110	86	56	V
01010111	87	57	W
01011000	88	58	X
01011001	89	59	Y
01011010	90	$5A$	Z
01011011	91	$5B$	[
01011100	92	$5C$	$\backslash$
01011101	93	$5D$	]
01011110	94	$5E$	$\wedge$
01011111	95	$5F$	_

Caracteres Imprimibles

Binario	Decimal	Hex	Representación
01100000	96	60	`
01100001	97	61	a
01100010	98	62	b
01100011	99	63	c
01100100	100	64	d
01100101	101	65	e
01100110	102	66	f
01100111	103	67	g
01101000	104	68	h
01101001	105	69	i
01101010	106	$6A$	j
01101011	107	$6B$	k
01101100	108	$6C$	l
01101101	109	$6D$	m
01101110	110	$6E$	n
01101111	111	$6F$	o

Binario	Decimal	Hex	Representación
01110000	112	70	p
01110001	113	71	q
01110010	114	72	r
01110011	115	73	s
01110100	116	74	t
01110101	117	75	u
01110110	118	76	v
01110111	119	77	w
01111000	120	78	x
01111001	121	79	y
01111010	122	$7A$	z
01111011	123	$7B$	{
01111100	124	$7C$	|
01111101	125	$7D$	}
01111110	126	$7E$	$\sim$